

**Tentamen Integrerend project systeemtheorie,  
21 april 2011**

Het tentamen bestaat uit 4 vraagstukken. U krijgt 180 minuten om deze vraagstukken te beantwoorden. U moet de antwoorden beargumenteren. De puntenwaardering kunt u vinden aan het einde van de vraagstukken.

1. We bekijken het niet-lineaire systeem, beschreven door

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x_1 &= x_2 \\ \frac{d}{dt}x_2 &= -\sin(x_1) + u(1-u) \\ y &= x_1^3 + u^2\end{aligned}$$

Hierin is  $u$  input en  $y$  output.

- a. Bepaal de evenwichtspunten die overeenkomen met  $u = 0$ .
- b. Bepaal de linearisaties van het systeem rond deze evenwichtspunten.
- c. Bepaal voor elk van deze linearisaties of het stabiel, asymptotisch stabiel of instabiel is.
- d. Ga na dat elk van deze gelineariseerde systemen regelbaar is.
- e. Bereken voor elk van deze gelineariseerde systemen een toestands-terugkoppeling  $u = f_1x_1 + f_2x_2$  die het gelineariseerde systeem asymptotisch stabiel maakt.

2. Beschouw het systeem

$$\frac{d}{dt}x = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \quad (1)$$

- a. Is dit systeem asymptotisch stabiel?
- b. Bepaal een toestandsterugkoppeling  $u = fx$  zodanig dat de polen van het geregelde systeem in  $-1$  en  $-3$  liggen.

c. Stel dat

$$y = (1 \ 0)x \quad (2)$$

Is het systeem waarneembaar?

- d. Ontwerp voor het systeem (1) met outputvergelijking (2) een waarnemer waarvan de polen op  $-2$  en  $-4$  liggen.

3. Beschouw de twee lineaire systemen

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \tilde{A}x + \tilde{B}u \\ y &= \tilde{C}x + \tilde{D}u \end{aligned} \quad (4)$$

die hetzelfde aantal inputs en hetzelfde aantal outputs hebben. Stel dat deze twee systemen *isomorf* zijn, i.e., er bestaat een inverteerbare matrix  $S$  zodat  $\tilde{A} = SAS^{-1}$ ,  $\tilde{B} = SB$ ,  $\tilde{C} = CS^{-1}$  en  $\tilde{D} = D$ .

- a. Laat  $R$  de regelaarheids-matrix zijn van systeem (3), en  $\tilde{R}$  die van systeem (4). Toon aan dat  $\tilde{R} = SR$ .
- b. Laat  $W$  de waarneembaarheids-matrix zijn van systeem (3), en  $\tilde{W}$  die van systeem (4). Toon aan dat  $\tilde{W} = WS^{-1}$ .
- c. Toon aan: systeem (3) is regelbaar dan en slechts dan als systeem (4) is regelbaar.
- d. Toon aan: systeem (3) is waarneembaar dan en slechts dan als systeem (4) is waarneembaar.
- e. Toon aan: als systeem (3) waarneembaar is dan is er *precies één* inverteerbare matrix  $S$  zodat  $\tilde{A} = SAS^{-1}$ ,  $\tilde{B} = SB$ ,  $\tilde{C} = CS^{-1}$ .